

Επισκόπηση διδακτικών εγχειριδίων, σχετικά με την διαπραγμάτευση των όρων (βαθμωτή?) μέση ταχύτητα (εννοώ όπως χρησιμοποιείται στην καθημερινή γλώσσα) & διανυσματική μέση ταχύτητα			
ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟ	ΜΕΣΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ	ΜΕΣΗ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ	ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ - ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
1.SERWAY	Την εξειδικεύει με την αλγεβρική τιμή της (+/-), στη μια διάσταση. Την μετρά από την κλίση του ευθύγραμμου τμήματος με συντεταγμένες (x_f, t_f) , (x_i, t_i)	Ορίζεται ως πηλίκο της μετατόπισης προς τον αντίστοιχο χρόνο. Παράδειγμα εξοκείωσης: <i>όταν το σώμα επιστρέφει στην αφετηρία, η μέση ταχύτητα είναι μηδέν.</i>	1.Δεν διαφοροποιείται η μέση και η μέση διανυσματική ταχύτητα. Αναφέρεται ως μέση και έχει ιδιότητες μέσης διανυσματικής. 2.ενδιαφέρεται για διαφοροποίηση μέσης από στιγμιαία
2.BERKELEY	Δεν γίνεται ιδιαίτερη αναφορά, αφού η εισαγωγή της μηχανικής προϋποθέτει τη γνώση των σχετικών εννοιών (ξεκινά από τους ν. του Νεύτωνα)		1. φαίνεται ότι η έννοια μέση ταχύτητα, αποτελεί το «σκαλοπάτι» μεταξύ διαισθητικής προσέγγισης και φορμαλιστικών περιγραφών. Όταν ανεβαίνει το επίπεδο διαπραγμάτευσης , αυτό το «σκαλοπάτι» δεν θεωρείται απαραίτητο.
3.FORD	Δεν γίνεται ιδιαίτερη αναφορά, “αν ένα αντικείμενο διανύει διάστημα Δs σε χρόνο Δt η μέση ταχύτητά του ορίζεται από την εξίσωση $u = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, στο όριο που το Δt πλησιάζει το μηδέν ...”		1. ίδιο επίπεδο διαπραγμάτευσης με το προηγούμενο , ίδια διαχείριση της έννοιας
4.ALONSO/FINN	Ορίζεται ως πηλίκο της μετατόπισης προς τον αντίστοιχο χρόνο.		1. το εγχειρίδιο είναι υψηλού επιπέδου. Αλλά, ασχολείται σε ιδιαίτερο κεφάλαιο με την κινηματική 2. Δεν διαφοροποιείται η μέση και η μέση διανυσματική ταχύτητα. Αναφέρεται ως μέση και έχει ιδιότητες μέσης διανυσματικής.
5.YOUNG	Διαφοροποιεί την μέση ταχύτητα από την «μέση ή στιγμιαία «ταχύτητα» στην καθημερινή ζωή». Παράδειγμα,	«ορίζουμε τη μέση ταχύτητα...ως μια διανυσματική ποσότητα...»	1. διαφοροποιείται η μέση και η μέση διανυσματική ταχύτητα.

	<p>έναν κολυμβητή των 100m κάνει 50 μπρος και 50 πίσω, το ρεκόρ όμως είναι για κατοστάρι</p>		
6.ΟΗΑΝΙΑΝ	<p>«μέση ταχύτητα ορίζεται ως ο λόγος της απόστασης προς το μέτρο του χρονικού διαστήματος. Δηλαδή είναι ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης ...» <i>Δεν είναι ο λόγος αλλά το πηλίκο. Πιθανόν το πρόβλημα βρίσκεται στη μετάφραση και όχι στο πρωτότυπο.</i></p>	<p>Δηλώνεται ότι στόχος είναι η μαθηματική περιγραφή της κίνησης. Το διάγραμμα x-t ονομάζεται χωροχρονική τροχιά. Ως Μέση διανυσματική ταχύτητα καθορίζεται ο λόγος μεταβολής της θέσης δια του χρονικού διαστήματος. — Με \bar{u} συμβολίζεται η Μέση διανυσματική ταχύτητα, ενώ η μέση ταχύτητα περιγράφεται ως εξής [μέση ταχύτητα]</p>	<p>1.σαφής-ρητή διαφοροποίηση των δύο εννοιών 2.ρητός στόχος της διαφοροποίησης είναι « η μαθηματική περιγραφή της κίνησης»</p>
7.ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΣ	<p>«έστω κινητόν, το οποίον κινούμενο επί <u>ευθυγράμμου</u> <u>τροχιάς</u> ευρίσκεται την χρονικήν στιγμήν t εις το σημείον A. Μετά χρόνον $\Delta t, \dots,$ ευρίσκεται στο σημείον B, θα έχει διατρέξει διάστημα AB, του οποίου το μήκος είναι, έστω, Δs. Ορίζουμε ως μέσην ταχύτητα $\bar{u} = \frac{\Delta s}{\Delta t} .\rangle$...επειδή εξαρτάται εκ δύο τμών του χρόνου, είναι πρακτικότερον ένα νέον φυσικό μέγεθος που θα εξαρτάται από</p>	<p>Μετά γίνεται διαπραγμάτευση σε μη ευθύγραμμη τροχιά, οπότε εισάγεται ο διανυσματικός χαρακτήρας της ταχύτητας, ως εξής: μια στοιχειώδης μετατόπιση στην καμπυλόγραμη τροχιά χαρακτηρίζεται όχι από το Δs, αλλά από το ds, που έχει μέτρο ίσο με το διάστημα ds και φορά την φορά της κίνησης. Δεν χρησιμοποιεί για το ds τον όρο μετατόπιση. Μετά, το περιγράφει σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.</p>	<p>1.από μέση ταχύτητα σε μονόμετρη στιγμαία σε ευθύγραμμη τροχιά και στη συνέχεια σε καμπυλόγραμμη, οπότε εισάγεται ο διανυσματικός χαρακτήρας. 2.δηλαδή η εισαγωγή του διανυσματικού χαρακτήρα γίνεται σε στάδια</p>

	μια τιμή του χρόνου...την στιγμιαία ταχύτητα $u = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta s / \Delta t$ (το Δt τείνει στο 0).		
8.HALIDAY-RESNIK		$\bar{u} = \Delta r / \Delta t = \text{μετατόπιση}(\text{διάνυσμα}) / \text{χρόνος}$ (βαθμωτό)	1.δεν κάνει διάκριση μεταξύ μέσης και μέσης διανυσματικής ταχύτητας

**Μέση ταχύτητα ή μέση διανυσματική ταχύτητα;
Πώς διαχειρίζομαι τις έννοιες στη διδασκαλία της πρώτης Λυκείου;
Και τις δυο μαζί ή μόνο τη μια;
Σε ποια επιμένω;**

Για να απαντήσω στο ερώτημα, αναζητώ τον τρόπο διαχείρισης του ζητήματος σε δημοφιλή διδακτικά βιβλία που απευθύνονται σε πρωτοετείς φοιτητές θετικών και τεχνολογικών πανεπιστημιακών σπουδών.

Υποθέτω, ότι ο χειρισμός των δυο εννοιών στα συγκεκριμένα εγχειρίδια, εμπεριέχει μεγάλη διδακτική πείρα. Προέρχονται από διδακτικές αναδράσεις πολλών χρόνων και εμπειρίες πολυεθνικών διδασκαλιών.

Τα συμπεράσματά μου από τα τεκμήρια του πίνακα είναι τα ακόλουθα

1. βιβλία με ισχυρή φορμαλιστική στόχευση (BERKELEY, FORD, ALONSO/FINN), προϋποθέτουν ικανότητα των μαθητών στον διαφορικό & ολοκληρωτικό λογισμό και καλή γνώση της μέσης ταχύτητας (γνώσεις από Λυκειακά μαθήματα). Γι' αυτό, εισάγουν την στιγμιαία ταχύτητα με την βοήθεια της μέσης διανυσματικής ταχύτητας και δεν τη διαφοροποιούν από τη (βαθμωτή) μέση ταχύτητα (διάστημα/χρόνος). Οι συγγραφείς αυτών των εγχειριδίων, μάλλον εκτιμούν ότι δεν θα υπάρξει σύγχυση των δυο εννοιών από τους αναγνώστες τους.
2. βιβλία που εκτιμούν ότι οι αναγνώστες τους, έχουν σχετική γνώση διαφορικού & ολοκληρωτικού λογισμού (SERWAY, YOUNG, HALIDAY-RESNIK, OHANIAN), διαφοροποιούνται στην διαπραγμάτευση. Τα δυο (SERWAY, HALIDAY-RESNIK) ακολουθούν τον προηγούμενο τρόπο διαπραγμάτευσης, ενώ τα άλλα δυο (YOUNG, OHANIAN), ακολουθούν αναλυτικότερη διαπραγμάτευση. Δηλαδή αναφέρονται και στα δυο μεγέθη και διαφοροποιούν τις έννοιες. Το ένα απ' αυτά αναφέρεται και στην αιτία της εισαγωγής των δυο μεγεθών (είναι η *μαθηματική περιγραφή της κίνησης*).
3. Ο παππούς των Ελλήνων Φυσικών Κ. Αλεξόπουλος, ακολουθεί ακόμα πιο κλιμακωτή διαπραγμάτευση. Ξεκινά από την (βαθμωτή) μέση ταχύτητα σε ευθύγραμμη τροχιά. Ορίζει την στιγμιαία ταχύτητα, ως οικονομικότερο μέγεθος, που χαρακτηρίζει μια χρονική στιγμή. Μετά, σε καμπυλόγραμμη τροχιά, εισάγει την αναγκαιότητα της διανυσματικής περιγραφής. Μετασηματίζει επαγωγικά το διάστημα σε διανυσματικό μέγεθος και συνάγει τον διανυσματικό χαρακτήρα της ταχύτητας.
4. όλοι ξεκινούν με παραδείγματα από την ευθύγραμμη τροχιά.

Η προηγούμενη περιγραφή, με τις αποκλίνουσες διαπραγματεύσεις, κατ' αρχήν σκιαγραφεί την ύπαρξη διδακτικού προβλήματος.

Συνοπτικά οι απαντήσεις που δίνονται, είναι:

- Καμιά αναφορά στην βαθμωτή μέση ταχύτητα. Απ' ευθείας εισαγωγή στην (αντι-διαισθητική) διανυσματική μέση ταχύτητα. Προϋπόθεση: μαθητές με καλή γνώση λογισμού.
- Αναφορές και στα δυο μεγέθη. Με παραδείγματα επιχειρείται η διαφοροποίηση. Ως αιτία της εισαγωγής παρόμοιων εννοιών, αναφέρεται η ανάγκη μαθηματικής περιγραφής της κίνησης.
- Στην προηγούμενη περίπτωση, η μέση ταχύτητα άλλοτε μετασχηματίζεται σε διανυσματικό μέγεθος και άλλοτε το διάστημα, μετά όμως την εισαγωγή της βαθμωτής μέσης ταχύτητας.

Επισημαίνω ότι, τα βιβλία που σχολιάζω στοχεύουν σε αναγνώστες που πρέπει να έχουν συνείδηση ότι οφείλουν να περιγράφουν με μαθηματικό τρόπο, τα φαινόμενα και τα αντικείμενα που θα χειρίζονται στο επάγγελμά τους. Υπάρχει δηλαδή ένα ισχυρό εξωτερικό κίνητρο για την ενασχόληση με το ζήτημα.

Υφίσταται τέτοιος όρος για τους μαθητές Λυκείου;

Στη συνέχεια, αναζητώ πώς εξειδικεύεται το πρόβλημα στην καθημερινή πρακτική της τάξης. Συζητώ με έμπειρο εκπαιδευτικό. Τον φίλο μου τον Άρη. Η συζήτηση μαζί του, με διευκολύνει να αντιληφθώ ότι:

- Αν εισάγω τη στιγμιαία ταχύτητα μέσω της διανυσματικής μέσης ταχύτητας, θα αντιμετωπίσω τη γνωσιακή σύγκρουση με τη βαθμωτή μέση ταχύτητα, που είναι φορτωμένη με ισχυρό διαισθητικό φορτίο, λόγω της χρήσης της στην καθημερινή γλώσσα και τις αντίστοιχες πρακτικές. Πλεονέκτημα: η συνεπής και επομένως λιτή μαθηματική περιγραφή. Μειονέκτημα: Δύσκολα μπορώ να αποφύγω την διαφοροποίηση με τη βαθμωτή. Η αντίληψη περί βαθμωτής μέσης ταχύτητας, υποθέτω ότι είναι κοινός τόπος σε αρκετούς μαθητές της Α Λυκείου.
- Αν εισάγω τη στιγμιαία ταχύτητα ως μονόμετρο μέγεθος και μετά την καταστήσω αξιωματικά διανυσματικό, θα πρέπει να κατασκευάσω λειτουργικούς κανόνες, που θα αποδίδουν φορά στην ταχύτητα. Μειονέκτημα: η μικρή εμβέλεια των λειτουργικών κανόνων. Δηλαδή, φροντιστηριακά τερτίπια, με τα καλά και τα κακά τους.

Τέλος, αναζητώ τι λέει η διδακτική βιβλιογραφία για το θέμα. Οι επόμενες αναφορές αφορούν πρωτοετείς φοιτητές, σκιαγραφώντας το μέγεθος και την έκταση του προβλήματος.

Ο Arons είναι κατηγορηματικός. Πρώτα καθορισμός της θέσης. Μετά, εισαγωγή της διανυσματικής μέσης ταχύτητας, αναλυτικά. Μέσα από παραδείγματα, που θα διευκολύνουν τον μαθητή να κατασκευάσει νοητικά τον αλγόριθμο που συνδέει θέση και χρονική στιγμή. Στη συνέχεια, προτείνει να διευκολυνθούν οι μαθητές να συνδέουν γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου/ χρονικών στιγμών, με κινήσεις. Προτείνει να καλούνται οι μαθητές να επιχειρούν αναπαραστάσεις με το χέρι τους, κινήσεων που διατυπώνονται με γραφικές παραστάσεις. Δηλαδή, σκληρή προσπάθεια από τον καθηγητή και αρκετή εννοιολογική εγρήγορση από τους μαθητές. Και πολύς διδακτικός χρόνος. Ο χρόνος είναι τα λύτρα της εποικοδομητικής διδασκαλίας. Ο Arons πάλι κατηγορηματικά επισημαίνει ότι, η άμεση εισαγωγή της σχέσης $u = \Delta s / \Delta t$ είναι ατελέσφορη.

Ο Knight, προτείνει να εισαχθεί η έννοια της διανυσματικής ταχύτητας, ως αναγκαία για την πρόβλεψη της φοράς κίνησης του κινητού που ακολουθεί την επόμενη τροχιά, σχεδιασμένη ανά δευτερόλεπτο κίνησης.



Οι μαθητές θα βρεθούν σε αδυναμία, οπότε υπάρχει κίνητρο να γίνει αποδεκτή η προσθήκη του διανυσματικού χαρακτήρα στην ταχύτητα. Το βιβλίο «πέντε εύκολα μαθήματα», του R. Knight, εκδόσεις Δίαυλος – το περιγράφω αναλυτικά, γιατί δεν είναι τόσο γνωστό όσο το αντίστοιχο του Arons – με στόχο τη μαθηματική περιγραφή της κίνησης, προτείνει μεγάλη σειρά ποιοτικών παραδειγμάτων – ερωτήσεων που συνδέουν πραγματικές κινήσεις με τη γραφική τους αναπαράσταση. Ο Knight, επιλέγει αυτή τη διαχείριση, ως ιδανικό τρόπο εισαγωγής στη μαθηματική προσέγγιση των κινήσεων.

Και λοιπόν, ΤΙ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ;

Ο καθηγητής Διδακτικής Φυσικών Επιστημών Δ. Ψύλλος, ισχυρίστηκε ότι η Διδακτική είναι λειτουργία ανάλογη με τη Διαγνωστική Ιατρική. Εγώ, προεκτείνω την αναλογία, παρομοιάζοντας τον καθηγητή της τάξης με Παρεμβατικό Ιατρό. Που λαμβάνει υπόψη τις διαγνώσεις και μετά αποφασίζει την παρέμβαση με βάση τη φυσική κατάσταση του ασθενούς, καθώς και με την ηλικία του. Αν η άγνοια θεωρηθεί «ασθένεια».

Καλή δύναμη.
Γιώργος Φ.